

43. VIENNA, Österreichische Nationalbibliothek, 83,
 fols.39r-53r: Books I-VII.6 (See D'Orville 70);
 fols.53r-63v: Version III, Books VII.7-X.36;
 fols.63v-64r: Version II, Introduction Book X;
 fols.64v-65v: Version I, Books X.36-49.
44. VIENNA, Österreichische Nationalbibliothek, 5304, fols.1r-126v:
 Books I-XV.5 (See MSS Bonn, Paris 7292 and Vat.Reg.lat.1268).

Jacques Sesiano

UN SYSTEME ARTIFICIEL DE NUMERATION DU MOYEN AGE

1. INTRODUCTION

Il est coutumier de dénommer *chiffres grecs* ou *chaldéens* un système de signes apparaissant au Moyen Age et formé de manière parfaitement factice à l'aide d'une hampe et de marques qui lui sont accolées. La littérature concernant ces signes est abondante. Nous y ferons parfois référence dans la suite.

Si ces signes obéissent tous au même principe mentionné ci-dessus, on peut toutefois les classer en trois catégories générales bien distinctes. Le premier type, qui apparaît dans des manuscrits dès le XIII^e siècle, est celui qui est traditionnellement attribué à J.Basingstokes (*infra*, 1). La hampe y est toujours verticale, les marques lui sont attachées à gauche pour les unités et à droite pour les dizaines, selon la disposition

$$U|D.$$

La combinaison de la marque d'une certaine dizaine avec celle d'une certaine unité permet d'exprimer, en incluant les signes de base, les nombres de 1 à 99 à l'aide d'une seule figure.

Le second type apparaît dans plusieurs manuscrits dès le XIV^e siècle en tout cas (peut-être ce type remonte-t-il à la fin du XIII^e siècle déjà). Il élargit le système précédent, car cette fois les variations se font de part et d'autre des extrémités de la hampe, généralement placée en position horizontale; la répartition des unités, des dizaines, des centaines et des milliers se fait selon la disposition suivante:

$$\frac{U}{D} \frac{C}{M}$$

Quand la hampe est placée verticalement, la disposition devient

$$\begin{array}{c|c} D & U \\ \hline M & C \end{array},$$

et ne diffère donc de la précédente que par une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

Avec ceci, on peut exprimer les nombres de 1 à 9999, à l'aide d'un seul signe¹. Il en va de même pour le troisième type, dans lequel la répartition des marques est toutefois réglée selon un mode différent du précédent:

$$\frac{U}{M} \frac{D}{C}$$

On conçoit que chacun de ces systèmes sera complètement déterminé par la connaissance de la marque distinctive de chaque unité, puisque les mêmes marques placées symétriquement à un autre endroit de la hampe serviront à caractériser les dizaines et (dans le cas des types II et III) les centaines et les milliers.

Occupons-nous donc maintenant de la distinction des marques caractéristiques attachées à la hampe. Plaçant par convention la hampe en position horizontale et les signes sur sa partie gauche, les différentes marques des unités ont les formes suivantes (nous ne tenons compte ici que des principales variantes du type II; les autres seront mentionnées plus loin):

I									
IIa									
IIb									
IIc									
III									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

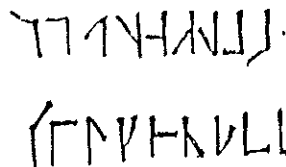
NOTES

1. Remarquons que la marque distinctive peut ne pas toucher la hampe.

2. SOURCES

Les caractéristiques générales des signes étant ainsi fixées, il nous faut considérer les manuscrits ou livres dans lesquels ces systèmes apparaissent². La plupart des manuscrits ont déjà été recensés par B.Bischoff dans un court, mais riche article ("Die sogenannten "griechischen," und "chaldäischen," Zahlzeichen des abendländischen Mittelalters", dans: *Scritti di Paleografia e Diplomatica in onore di Vincenzo Federici* (Florence 1944), pp.327-334; réimprimé avec l'indication d'autres manuscrits dans ses *Mittelalterliche Studien* (Stuttgart 1966-1981), I, pp.67-73; cf. III, pp.139-140)³.

A. Type I: Système de Basingstokes



Les deux rangées des unités et des dizaines, d'après un manuscrit de Cambridge (cf. ci-dessous, 2).

1. Les Chronica maiora de Matthieu Paris⁴

Dans sa relation des événements de l'an 1252, Matthieu Paris nous informe, à l'article *De morte magistri Johannis de Basingesstokes*, de quelques traits marquants de la vie de ce personnage. Ce texte, d'une importance capitale pour l'histoire

2. Nous savons profondément gré à M.FOLKERTS, Munich, d'avoir mis à notre disposition des microfilms ou photographies de la majeure partie des manuscrits. Sans son aide, cette recherche n'eût en aucune manière été aussi complète qu'elle est, ou que nous espérons qu'elle soit.
3. L'article de B.BISCHOFF contient malheureusement certaines erreurs, dont les moindres ne sont pas l'interversion qu'il fait entre les dizaines et les centaines dans sa figure VI et entre le 7 et le 8 dans ses figures VII et VIII (notre type IIa). Cela ne doit pas diminuer son mérite d'avoir, le premier, mentionné une large collection de manuscrits contenant ce système de numération (à savoir, les manuscrits que nous étudions sous les nos 2-3,5-9,12-13,15,17-21).
4. Edité par H.R.LUARD, Londres 1872-1883 (7 vol.). Voir vol.V, pp.284-287, pour le passage concernant Basingstokes.

du système de signes qui nous occupe, a été déjà traduit par Bischoff, et reproduit en partie par Ruska⁵. Nous en rapporterons néanmoins ici des extraits, en soulignant ce qui nous paraît important.

Après avoir mentionné que Basingstokes était "*vir quidem in trivio et quadrivio experientissimus, Graecis ac Latinis literis ad plenum eruditus*", Matthieu vient à parler du séjour de Basingstokes à Athènes: "*Hic magister J. intimaverat episcopo Lincolnensi Roberto, quod, quando studuit Athenis, viderat et audierat ab peritis Graecorum doctoribus quaedam Latinis incognita. Inter quae (...). Hic insuper magister J. figuras Graecorum numerales et earum notitiam et significationes in Angliam portavit, et familiaribus suis declaravit, per quas figuras etiam literae repraesentantur. De quibus figuris hoc maxime admirandum, quod unica figura quilibet numerus repraesentatur, quod non est in Latino (= les chiffres romains), vel Algorismo (= les chiffres indo-arabes), quas huic paginae duximus protrahendas. Fiat stipes, et in eodem lineas exeuntes, ut quaelibet angulum rectum, acutum, vel obtusum faciat, protrahas, hoc modo*".

Suivent alors les figures des dizaines et des unités, avec, en-dessous, leurs valeurs en chiffres romains et l'indication (au-dessus des signes): "*Figurae numerales secundum Graecos*". En outre, la hampe seule apparaît aussi, accompagnée de l'indication: "*Stipes qui nihil per se signat*"; au-dessous du signe, on lit la "traduction" en chiffre: "*quasi cifra*".

Le texte continue: "*Sciendumque quod omnes lineae a dextris⁶ stipitis dependentes digitos, id est, numerum simplicem signant; lineae vero a sinistris numerum compositum, scilicet numeros gradales, ex quorum coniunctione surgit numerus superior*".

5. "Ober Ursprung und Geschichte eines merkwürdigen Systems von Zahlzeichen", dans *Archiv für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik*, IX (1922), pp.112-126.

6. *Im heraldischen Sinne*, note BISCHOFF.

Deux figures de nombres composés (dans le sens usuel) sont dessinées, à cause de leur forme et de leur signification: celles de 55 (croix) et de 33 (flèche; âge du Christ à la crucifixion). On trouve encore la suivante



laquelle "*omnes numerales secundum Graecos figuras complectitur, et omnibus literis est aptabilis*". Avec la phrase qui suit, "*Unde multi tabelliones in Graecia, ut celerius notent, per illas figuras scribunt praefixis stipitibus*", se terminent les renseignements concernant le système de Basingstokes.

Ainsi, selon Matthieu, Basingstokes ramena ces signes de Grèce; on peut, grâce à eux, dénoter n'importe quel nombre par une seule figure; ils sont utilisés pour les lettres aussi. En outre, il y a même un symbole pour le zéro.

Il est clair qu'il y a dans ce dernier point une contradiction. Le but du système étant la représentation des nombres (naturels de 1 à 99) par une seule figure, le zéro est superflu, sauf si l'on désire accroître l'emploi du système en y introduisant un principe de valeur de position. Mais alors, il faut abandonner ce qui est *maxime admirandum* dans ce système, et il ne lui reste plus qu'une signification cryptographique.

Quant à l'origine des chiffres de Basingstokes, Bischoff a fait remarquer qu'ils étaient inconnus dans la paléographie grecque, mais qu'un système tout semblable, pour l'alphabet cette fois, apparaissait dans l'*Ars notaria* d'un Anglais, écrite vers 1175 (*op. cit.*, début et fig. V). Bischoff a en conséquence supposé que l'attribution d'une origine grecque au système de Basingstokes était destinée à lui conférer une certaine auréole de respectabilité. Il se pourrait aussi, selon nous, que Basingstokes ait eu, alors qu'il séjournait en Grèce, l'idée d'appliquer le système alphabétique aux nombres, à l'image de ce que firent les Grecs (l'alphabet y sert à désigner tant les lettres que les nombres). Même s'il n'avait pas

besoin d'aller jusqu'à Athènes pour connaître la spécificité du système grec, il est tout à fait imaginable qu'une telle idée ne lui soit venue à l'esprit qu'au cours de ses conversations avec les savants grecs ou avec la séduisante Constantina. Ainsi s'expliquerait l'amalgame de Matthieu Paris sur l'origine grecque du système et sa faculté de transcrire les lettres aussi⁷.

Ce passage des *Chronica maiora* a retrouvé une nouvelle vigueur à l'époque moderne, répétées que furent les renseignements sur l'origine grecque du système par J.A.Fabricius dans sa *Bibliotheca latina* (à l'article *Joannes B.*). Peu après, en 1741, J.Lebeuf suggère dans son *Etat des Sciences en France*, p.94, que l'apparition de ce système contribua à favoriser l'usage des chiffres indo-arabes. Il écrit en effet: "*Un Anglois nommé Jean de Basingestokes (...) rapporta d'Athènes toutes les figures des chiffres Grecs, & l'explication des lettres qui en étoient les signes; ce qui n'étoit pas en usage chez les latins parmi lesquels les lettres ne servoient jamais de chiffres. C'est peut-être ce qui fit penser à adopter enfin les chiffres Arabes plus faciles & plus commodes pour les opérations d'Arithmétique. On les connoissoit dès le X. siècle, mais il (sic) n'avoient pas encore fait fortune*".

2. Cambridge, Corpus Christi College Library, Ms 468.

Dans ce psautier gréco-latin du XIII^e siècle, au fol. 1^v, ont été ajoutés les caractères de Basingstokes en deux rangées⁸. Sur la gauche apparaît aussi une figure que l'on trouvait chez Matthieu Paris, à savoir la hampe unique pourvue de tous les traits distinctifs; la valeur symbolisée par chaque trait est indiquée, à son extrémité, en chiffres romains.

7. Sur la vie de Basingstokes et son séjour en Grèce, on peut aussi consulter la notice du *Dictionary of National Biography* (Londres, 1885-1900), à l'article *Basing*.

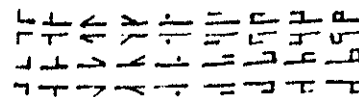
8. Les signes (v. fig. ci-dessus, 1) sont reproduits (mais peu fidèlement) dans le *Descriptive Catalogue* de M.R.JAMES, vol.II.iii (Cambridge, 1912).

3. London, Lambeth Palace Library, Ms 499.

Il est caractéristique de ce manuscrit de la fin du XIII^e siècle que les signes de Basingstokes y sont utilisés très souvent dans le texte lui-même; on les trouve aussi dans les marges. En général, c'est le cas pour les petits nombres (inférieurs ou égaux à 20), les autres étant écrits en chiffres arabes⁹. Mais ce n'est pas toujours le cas: on trouve les signes de 1 à 25 au fol.90^{ra} (à peine lisibles), jusqu'à 39 dans les marges des fol.91^v-104^r, jusqu'à 30 en marge des fol.125^v-131^r, jusqu'à 30 et 43 au fol.217^v.

La seule particularité dans ces signes réside dans le 9, écrit \int et non \downarrow , une particularité que l'on retrouve dans les nombres dérivés ($\int = 39$).

B. Type IIa (Système le plus courant)




















Rangées des unités, dizaines, centaines, milliers, d'après un manuscrit de Göttingen (cf. ci-dessous, 8).

4. Basel, Öffentliche Bibliothek der Universität, Ms O.IV.35.

Ce recueil, écrit de mains du XIII^e siècle, et du début du XIV^e siècle par endroits, contient des traités de philosophie, de sciences et de morale. Une analyse succincte de son contenu ainsi qu'une description du système de chiffres qui nous intéresse (accompagnée d'un résumé du commentaire latin explicatif) ont été publiées par L.Thorndike ("Arabic Numerals as represented in a Basel Manuscript", dans *Isis*, 32 (1940), pp.301-303; une note complémentaire dans *Isis*, 41 (1950), pp.196-197).

9. Au bas du fol.88^v, dans une note intitulée *Algorismus*, les chiffres arabes des neuf centaines et des neuf milliers, ainsi que des trois puissances suivantes de 10, sont écrits, avec leurs correspondants exprimés en chiffres romains (ou en mots).

Le système de signes est du type IIa, soit le système étendu à la représentation des centaines et des milliers, avec la hampe horizontale. Il apparaît au fol.55^V, à la suite d'un traité de morale de Lothario Conti (le pape Innocent III) occupant les fol.53^V-55^V,3; une recette a été ajoutée ultérieurement au bas de la page. A la droite des quatre rangées de signes représentant respectivement les unités, les dizaines, les centaines et les milliers (ce qui est la représentation habituelle), se trouve l'inscription: *Hee sunt figure de Arabicis*. En-dessous, on lit les éclaircissements suivants:

Notandum quod ordines figurarum iacentium, quorum primus significat numerum simplicem ab unitate usque ad novenarium ita quod usque teneatur inclusive. Et figure in hunc modum scribuntur. Semper fit linea iacens; et si vis habere unitatem, superfacias tractum in primo lineae iacentis versus sinistram, hoc modo ; si binarium, trahe hoc modo ; si ternarium, trahe hoc modo . Et sic de singulis usque ad finem prime lineae¹⁰. Si autem vis habere X, converte unitatem, et quod est supra converte, scilicet pone subtus hoc modo ; sicque facies de binario XX, hoc modo , de ternario XXX, de quaternario XL, de quinario L, et sic de singulis usque ad LXXXX, sicut patet in secundo ordine figurarum. Iam ergo habes duos ordines, primum ab uno usque ad X exclusive, secundum a X usque ad C, similiter exclusive. Si vis habere compositum numerum, scilicet XI usque ad XX, fac X et unum supra, hoc modo ; et habes XII hoc modo , XIII hoc modo , XIII hoc modo , XV hoc modo , XVI hoc modo , XVII hoc modo , XVIII hoc modo , XIX hoc modo . Similiter in omni numero composito pone articulum subtus et digitum contra; facias ergo XXI sic , XXII sic , XXIII sic , et sic usque ad XXIX. Item ut figuras tertii ordinis scias, notandum quod iacente linea si tractum fecisti in figuris primi ordinis in anteriori parte supra, feceris in figuris tertii










10. Référence à la première des quatre rangées de signes.

ordinis in posteriori parte supra; habebis numerum a C usque ad DCCCC inclusive, sicut patet in tertio ordine figurarum. Si autem convertis figuras tertii ordinis, quod supra est ponendo subtus, habebis numerum a M usque IX milia inclusive. Explicit de figuris arabicis.

On remarquera l'attribution de ces signes aux Arabes. En ce qui concerne les explications elles-mêmes, elles sont claires, quelque peu prolixes au début.

5. Erfurt, Wissenschaftliche Allgemeinbibliothek, Ms Amplon. 2^o 180.

Ce manuscrit, du XIV^e siècle, contient des traités de théologie. La dernière page (fol.115^V) porte diverses additions, encore du XIV^e siècle. Le haut de cette page est occupé par des rangées de colonnes contenant chacune un nombre, exprimé en chiffres romains, indo-arabes, et dans le système de signes IIa (nombres de 1 à 70, puis le restant des dizaines, les centaines et les milliers). Au-dessous, les signes de 1 à 9 sont répétés, et sur la même ligne commence le commentaire suivant:¹¹

Prima istarum figurarum significat unum, secunda duo, tertia tria, et sic deinceps. Et quelibet istarum si ad manum sinistram vertitur, decies se ipsam significat. Verbi gratia, hec figura , ut dictum est, unum significat; verte eam sic , et significat decem; hec figura  significat duo, verte eam sic  et significat XX^{ti}; hec figura  significat tria, versa sic  significat XXX^a; et sic de reliquis. Ad manum dextram superius posita centies se ipsam significat, ut patet in hac figura , vel sic  que significat ducenta; et sic de aliis. Inferius vero posita versus manum dextram millesies se ipsam significat, sic , et similiter secunda que versa

11. La présence de quelques taches sur la page et l'absence de son bord droit sur la photographie à notre disposition nous ont obligé à deviner certains mots ou certaines lettres; des points les dénotent dans la transcription du texte.

sic — significat duo milia plures numeros quam significat sub eadem forma¹². Verbi gratia, hec figura \perp , cum significet unum, erit XI sic \perp , et XI et centum sic \perp , undecim vero et centum et mille sic \perp ; secunda figura, duo, sic \perp , XX^{ti} II sic \perp , XX^{ti} II et ducenta sic \perp , XX^{ti} II et CC^a duo quoque milia sic \perp . Et sic de singulis idem intelligas. Potes per easdem figuras usque ad novem milia nongenta et nonaginta novem ascendere, et hoc per nonam figuram, sic \perp . Et sic de aliis.

6. München, Bayerische Staatsbibliothek, Ms lat. 13126.

Nos signes se retrouvent, à nouveau, ajoutés dans un manuscrit de contenu théologique, du XIV^e siècle semble-t-il. En effet, au bas de la page portant le numéro 211 (117 dans une ancienne numérotation), on remarque les quatre rangées de signes du type IIa avec, par-dessus chacun, son équivalent en chiffres romains (DCC et DCCC sont omis)¹³.

7. Oxford, Bodleian Library, Ms Lyell empt. 5.

Ce manuscrit, écrit dans la seconde moitié du XIII^e siècle, a également un contenu religieux: il contient essentiellement des récits édifiants. Il est incomplet du début, car il y manque les neuf premiers de 297 feuillets d'écriture. Une main, celle du copiste peut-être, y a utilisé le système de signes du type IIa pour numéroter les versos des feuillets écrits, un foliotage qui court donc de 10 à 297.¹⁴

12. Il semble que le texte soit ici corrompu; on attendrait une explication de la formation des nombres composés.

13. Le signe du 4, dont BISCHOFF dit qu'il manque, est en fait ajouté à droite, également avec sa traduction en chiffres romains; l'omission est du reste indiquée dans le manuscrit par un renvoi.

14. Nous n'avons pas examiné ce manuscrit, mais les indications du Catalogue du fonds Lyell récemment publié par A. DE LA MARE (Oxford 1971) sont suffisantes (pp.285-287 et la planche XXVIIa, reproduisant le signe pour 68). Si les conjectures de l'auteur sont justes, le système du type IIa apparaîtrait déjà dans un manuscrit de la fin du XIII^e siècle, écrit aux Pays-Bas.

8. Göttingen, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Ms Luneburg. 2.

Ce recueil remonte à la fin du XV^e siècle; il contient plusieurs sortes d'écrits, surtout relatifs à la littérature antique. La première partie contient des comédies de Térence. On lit au fol.101^r: *Finit feliciter Therencii poete comici Phormio, sexta et ultima comedia. Anno 1474, VI kal. Februarii.* Les pages suivantes (fol.101^v-105^v) ont été copiées, elles, en 1494 à Cadolzburg, près de Nuremberg.

Vers le bas du fol.101^r, une main, contemporaine, a ajouté les quatre rangées de signes du type IIa (voir la reproduction ci-dessus, avant le n^o 4), puis les signes des nombres 9999, 8888, et 808. Il n'y a ni explication, ni même interprétation des signes dans un autre système de numération.

9. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica, Ms lat. 781.

Nous trouvons dans ce recueil, de plusieurs mains des XIII^e et XIV^e siècles, des traités de théologie et de morale, soit anonymes, soit attribués à S.Thomas d'Aquin. Les signes de 1 à 6 et de 1 à 7 du système IIa, placés cette fois en position verticale, y servent à numéroter deux groupes de cahiers et de feuilles doubles insérés dans le manuscrit.

La présence de ces signes est mentionnée, en plus de Bischoff, par A.Dondaine dans son *Secrétaires de Saint Thomas* (Rome 1956, p.55; reproduction des signes dans le volume des planches, pl.XVIIa)¹⁵.

Remarque: Dans le troisième volume de ses *Mittelalterliche Studien* déjà mentionnées, Bischoff indique (p.139, n.8a) un manuscrit que nous n'avons pas pu examiner (Lüneburg, Ms Theol. 4^o 57), dans lequel le système de signes sert à numéroter des sermons. Il est vraisemblable qu'il s'agisse là d'un autre

15. DONDAINE, en créance des figures publiées par BISCHOFF dans la première version de son article, dit que le signe du 7 est celui qui est utilisé normalement pour le 8, une remarque que reprend BISCHOFF dans la seconde version de son article. En fait, comme nous l'avons mentionné (n.3), c'est BISCHOFF qui a interverti les signes du 7 et du 8.

exemple de notre type IIa.

10. Agrippa de Nettesheim, De occulta philosophia.

En introduisant les chiffres du système IIa dans son *De occulta philosophia*, paru en première édition complète à Cologne en 1533, Agrippa est sans doute la personne qui a le plus contribué à leur notoriété. Les signes y apparaissent dans le dernier d'un groupe de chapitres traitant de la notation des nombres. Agrippa est probablement, mais sans le vouloir, à l'origine du qualificatif "chaldéen" qui a été attaché à notre système, comme nous allons le constater.

Le titre du chapitre où apparaissent les signes est (édition précitée, p.141): *De notis Hebraeorum & Chaldaeorum, & quibusdam aliis Magorum notis. Caput XIX* (c'est nous qui soulignons). Agrippa y expose d'abord, comme annoncé, le système hébreu. Il passe ensuite, là encore comme annoncé, au système chaldéen (p.142, milieu): "*Habentque & Aegyptii & Aethiopes, & Chaldaei & Arabes suas numerorum notas, quae & ipse saepissime inter magicos characteres occurrunt: has igitur qui nosse velit, apud harum literarum peritos requirat. Chaldaei nanque alphabeti sui literis numeros, Hebraeorum more, signant: eorum alphabetum in fine primi libri adnotavimus*" (voir en effet le chapitre LXXIIII; on devine derrière l'alphabet "chaldéen" l'alphabet syriaque). Sur la même ligne, le texte continue, passant au dernier système devant être exposé: "*Inveni praeterea in duobus antiquissimis libris astrologicis & magicis, quasdam elegantissimas numerorum notas, quas huc etiam subiungere decrevi: erant autem in utroque volumine tales*". Agrippa présente alors les signes du système IIa (v. fig. ci-après), à cette différence près que le point du 5 et des figures dérivées est devenu un petit trait, moins long que celui du 6. En outre, les signes sont placés verticalement, selon le schéma indiqué au début de cet article, soit

D	U
M	C

La composition des nombres est ensuite brièvement expliquée, et appliquée dans cinq exemples (noter les confusions dans l'impression entre 5 et 6). Ainsi se termine le chapitre.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Γ	†	Γ	Υ	†	†	†	†	†

Istis aut notis in sinistris laus conuersis, cōstituuntur denarii, hoc modo:

10.	20.	30.	40.	50.	60.	70.	80.	90.
7	†	†	Υ	†	†	†	†	†

Rurfusq; notis illis deorsum conuersis, in dextro latere, centenarios: in sinistro, millenarios dabunt, ita uidelicet:

100.	200.	300.	400.	500.	600.	700.	800.	900.
L	†	†	†	†	†	†	†	†
1000.	2000.	3000.	4000.	5000.	6000.	7000.	8000.	9000.
J	†	†	†	†	†	†	†	†

Atq; ex harum notarum compositione & mixtione, ceteri quoq; mixti & compositi numeri elegantissime exeunt, sicut hoc in his paucis facile deprehendi potest.


1510.	1511.	1471.	1486.	3421.
J	†	†	†	†


Ad quorum exemplum & in reliquis compositis procedendum est: atque hæc de notis numerorum hæctenus satis sint.

On le voit, une lecture rapide pourrait amener à penser que l'origine de ces signes était "chaldéenne". C'est probablement là qu'est à chercher la cause de cette dénomination, qui apparaît fréquemment dans les siècles suivants. Aucun des manuscrits examinés ici ne porte cette qualification, quand bien même la délimitation des termes "Arabes", "Chaldéens" et "Magi" restait assez floue au Moyen Age.



Quels sont les *duo antiquissimi libri astrologici et magici* auxquels se réfère Agrippa, nous l'ignorons. Il est vraisemblable qu'il s'agisse de manuscrits latins de la fin du XIII^e siècle ou du début du XIV^e siècle. Ceux que nous avons décrits présentent les signes du système IIa en position horizontale, à l'exception des quelques signes du manuscrit du Vatican (n^o 9). Ce cas permet toutefois de présumer l'existence du type IIa en position verticale au Moyen Age déjà.


11. Quelques autres ouvrages imprimés.

a) Dans son *De numeris*, paru à Cologne et à Paris en 1539, Jo. Noviomagus (Jan Bronkhorst) explique dans le premier des deux Livres, au chapitre intitulé *De quibusdam astrologicis sive Chaldaicis numerorum notis*, notre système. Il lui a été communiqué, dit-il, par son concitoyen Rodolphus Paludanus (R. van den Broecke). Les figures des signes -avec le petit trait pour le 5- reproduisent les signes des unités, des dizaines, des cinq premières centaines et du millier, dans la position horizontale habituelle du système IIa. Noviomagus diffère donc en ceci d'Agrippa, également lorsqu'il indique un signe du million, par superposition de deux figures du millier (). Ses exemples se rapportent à l'année 1539 (dans trois ères: "ab orbe facto", "ab urbe condita", "a Christo servatore nato").

b) Dans son *De numeratione emendata veteribus Latinis et Graecis usitata* (Anvers 1582), Matthaeus Hostus, indiquant comme sa source Jo. Noviomagus, reproduit et décrit les quatre ordres de signes horizontaux (*De notis Numerorum Astronomicis quibusdam usitatis. Caput IX*). Il continue ensuite: "*Sed haec linea* (la hampe) *aliis ubique est erecta hoc modo*", plaçant alors les signes des quatre ordres verticalement. Il ajoute, pour chaque cas, la figure du million, avec cette fois les barres alignées (). Les quatre exemples expriment l'année de composition de l'ouvrage (1581) dans quatre ères, à l'aide des chiffres arabes, romains, grecs, hébreux, et des *nota astrono-*

mica (en position verticale).

c) Le *De numeratione multiplici, vetere et recenti* de Georg Henisch (Augsburg 1605) décrit notre système dans un paragraphe intitulé *De notis numerorum Chaldaicis* (pp.76-78; début: "*Chaldaei & Astronomi per unam lineolam perpetuam sive prostratam sive erectam numeros notant (...)*"). Henisch reproduit, comme Hostus, les quatre ordres, d'abord horizontalement, puis ("*haec vero linea aliis ubique est erecta hoc modo*") verticalement. Le signe du million est cette fois  resp. . L'exemple choisi, l'expression de l'année 1604 à l'aide des signes verticaux, est incorrect, rectifié à la main dans l'exemplaire que nous avons examiné (à la Zentralbibliothek de Lucerne).

d) On retrouve, avec référence à Jo. Noviomagus, le système en position horizontale puis verticale, avec le signe du million (vertical seulement: ), chez Jo. Chr. Heilbronner (*Historia matheseos universae a mundo condito ad seculum P.C.N. XVI*, Leipzig 1742, pp.735-737). Les exemples sont repris, avec référence explicite, de Hostus (édition de 1586).

Arrêtons-nous ici pour ces références bibliographiques; elles deviennent abondantes au XIX^e siècle, mais ne font que renvoyer aux sources que nous avons mentionnées.

C. Type II, variante IIb

12. Bruxelles, Bibliothèque Royale Albert 1er, Ms II.1051.

Ce manuscrit, du XIV^e siècle suivant le Catalogue de van den Gheyn, du XIII^e siècle selon Bischoff, contient des sermons de Jean Algrin d'Abbeville. Les signes qui y apparaissent correspondent à la variante du système IIa que nous avons appelée IIb; autrement dit, les modifications suivantes interviennent par rapport au système IIa:

- le signe du 7 prend la place de celui du 3, celui du 8 celle du 4, et inversement;
- le trait du 6 est remplacé par deux points.

En outre, mais c'est là peut-être une particularité du manuscrit de Bruxelles (car le manuscrit suivant ne l'a pas), le carré du 9 devient un triangle (Δ , et \triangle).

Au haut du fol.^{1^r}, on trouve la suite des signes de 1 à 139 (et le début du tracé du 140), avec, au-dessus, les valeurs en chiffres arabes, de manière suivie jusqu'à 33 puis pour les dizaines seulement (dès 30 inclusivement, comme l'indique Bischoff, les chiffres arabes sont écrits dans l'ordre inverse, de droite à gauche). Les fol.^{1^v}-12^v contiennent un *index verborum*, et nos signes y servent à renvoyer pour chaque mot à l'une ou à l'autre des 884 colonnes du manuscrit. Il n'y a donc pas de signes de milliers, et la disposition est celle qui est habituelle, soit:

$$\frac{U \quad C}{D}$$

13. Paris, Bibliothèque Nationale, Ms lat. 2740.

Datant de la fin du XIII^e siècle, ce manuscrit contient des écrits de S. Augustin, d'Isidore de Séville, de (Ps.) Bède, de Hugues de Saint-Cher, de S. Thomas d'Aquin, et d'Albert le Grand. On trouve en particulier aux fol. 29-30^v un extrait de "Bède" sur les nombres et un tableau des subdivisions du nombre entier et des dénominations des rapports.

Les signes dont nous nous occupons ont été ajoutés dans la deuxième moitié de la partie droite du fol. 30^v. Ils ont la même forme que ceux du manuscrit de Bruxelles, donc avec l'échange de signes et la particularité attachée au 6; mais, les traits distinctifs du 3 (pas du 4) et du 9 sont arrondis (\complement , \oslash). Les quatre ordres des signes apparaissent en quatre rangées; chaque signe de la première ligne et les premiers des lignes suivantes ont leur valeur en chiffres arabes, parfois romains, indiquée par-dessus.

A la suite de ces quatre rangées, trois autres donnent respectivement les neuf signes des nombres 11, 21, ..., 91; 101, 201, ..., 901; 1001, 2001, ..., 9001. Là encore, seuls les premiers

signes de chaque rangée ont leur valeur indiquée, et il en va de même pour les rangées qui suivent.

Celles-ci sont d'un intérêt tout particulier. Les quatre premières montrent les mêmes signes de base que précédemment, mais en position verticale, et ils comptent cette fois les dizaines, les centaines, les milliers et les dizaines de milliers, conformément à la disposition:

$$\begin{array}{c|c} C & D \\ \hline M & DM \end{array} .$$

Les dernières rangées contiennent des exemples d'application de cette forme dérivée (dans laquelle n'apparaissent donc pas d'unités): 110, 120, 130; 210, 220, 230; 1010, 1020, 1030 (biffé, car incorrectement tracé); 1100, 1200, 1300; 10010.

Enfin, les signes verticaux sont combinés avec les signes horizontaux dans trois figures:



Seules les valeurs des deux premières sont indiquées: 12221 (11110+1111), et 24042 (en fait: 24442); la dernière représente le nombre 36663.

Avec ce type de combinaison, on peut représenter -mais pas toujours d'une manière unique- les nombres jusqu'à 109989. C'est apparemment la première ébauche d'une extension du système à l'aide d'une combinaison de signes horizontaux et verticaux. Il appartiendra à Cardan de développer de manière systématique une idée du même genre.

D. Type IIc: Variante de Cardan

14. Jérôme Cardan, De subtilitate.

A un endroit du Livre XVII de l'édition (augmentée) de son *De subtilitate* (Bâle, 1553; autres éditions), Cardan explique comment procéder lorsqu'on veut faire des remarques ou des additions à un ouvrage que l'on lit à plusieurs reprises: on numérote dans le texte les places des remarques à

quemlibet maximum numerum absque confusione solo ungue declarare possum, rectisque lineis. Sed Agrippa vix decem, aut viginti millia (?) attingit, atque hos etiam numeros & laboriose, & confuse satis. Id tamen ei debemus".

Dans la première extension du système, Cardan procède donc par superposition des signes de base -pour autant évidemment que des traits ne soient pas confondus. Ceci lui permet d'exprimer les entiers en les représentant sous la forme

$$\alpha_1 + \alpha_2 \cdot 10 + \alpha_3 \cdot 10^2 + \alpha_4 \cdot 10^3,$$

avec $\alpha_i \leq 23$, dont le plus grand est effectivement 25553. Au plus peut-on faire l'objection que la représentation d'un nombre donné peut ne pas être unique.

La deuxième extension développe un principe qui apparaît déjà en germe au Moyen Âge (voir l'article précédent). En formant sa figure à l'aide d'une hampe horizontale, d'une hampe verticale, et de deux hampes obliques, Cardan peut multiplier l'ordre des nombres représentables par quatre, et le plus grand nombre ainsi exprimable sera $10^{16} - 1$. Comme il le dit, on peut figurer ainsi un nombre *absque confusione*. Encore faut-il acquérir une certaine dextérité avant de pouvoir utiliser ce système; retenons néanmoins de cette généralisation que c'est celle qui repousse le plus loin les limites du système qui était embryonnaire chez Basingstokes.

E. Variantes du système IIa

15. Oxford, Bodleian Library, Ms Tanner. 192.

Ce manuscrit contient divers écrits de mathématiques et d'astronomie, dont certains ont été composés peu avant et peu après l'an 1300. Le manuscrit devrait dater de la première partie du XIV^e siècle.

Le système de signes est expliqué dans une note ajoutée au bas du fol.119^v, sans véritable lien avec le reste du texte (les fol.119^r-122^r contiennent un fragment sur les frac-

tions). Les signes dessinés diffèrent de ceux du système IIa dans le 2 (qui ressemble au chiffre arabe correspondant) et le 5. En outre, la barre supérieure du 6 est déplacée vers le milieu de la hampe -mais ceci n'est sans doute qu'une erreur de copiste; même remarque pour la marque du 5, qui devrait se trouver plus près du bout de la hampe.

La note commence par un texte explicatif:

Nota modum numerandi Arabum per quem poteris scribi (sic) una figura sola omnem numerum infra 10000 contententum (sic), et duabus solis figuris omnem numerum citra 10000000²², et 100^{es} mille milia²³ cum tribus figuris. Doctrina protractionis earum figurarum talis est. Trahatur linea a sinistra manu versus dextram sicut hic — que per se nichil significat, in ea tamen 4 assignantur loca, ut hic $\frac{a}{b} \frac{c}{d}$, et erit a primus locus, b 2^{us}, c 3^{us}, d 4^{us}. Et sciendum quod circa ista 4 loca variantur 9 iste notule. Nam ista notula \perp significat unitatem, et hec \llcorner binarium, et ista \llcorner ternarium, et hec \llcorner quaternarium, et hec \llcorner quinarium, et ista \llcorner <senarium>, et ista \llcorner septenarium, et hec \llcorner octonarium, et ista \llcorner <novenarium>. Item nota quod istarum notularum quelibet primo loco posita significat numerum ad quam significatio (?) est constituta, 2^o loco decies plus se ipsam, 3^o plus 10^{es} quam in 2^o loco, 4^o decies plus quam in 3^o loco, 5^o decies plus quam in 4^o, et sic deinceps. Sed nota quod voco primum locum 2^e figure sicut in algorismo.

A la suite de ce texte sont dessinés, sur une même ligne, les signes de 1 à 20 avec, par-dessus, leurs correspondants en chiffres arabes²⁴.

On remarque que le système est attribué aux Arabes, probablement à cause de l'utilisation d'une valeur de position pour les signes. Ce principe de position des signes, en plus de la

22. En fait, $100000000 = 10^8$.

23. En fait, 1000000000000 .

24. Le signe du 19 est correctement tracé (\llcorner), mais celui du 20 apparaît ainsi: \llcorner .

position des marques, engendre du reste des confusions dans le texte. Observons toutefois que cette note est la seule à considérer explicitement une extension du système à l'aide d'une juxtaposition de signes, de la même manière que dans le système de nos chiffres.

16. Paris, Bibliothèque Nationale, Ms fr. 1339.

La première partie de ce manuscrit, qui contient des traités mathématiques et astronomiques et a été copié vers le milieu du XV^e siècle, est formée d'une longue partie arithmétique (fol.1^r-84^v). Celle-ci comprend (fol.80^v-83^v) une explication détaillée du système de signes IIa en position verticale, avec une légère variante: le point du 5 y est remplacé par un triangle (∇). Une analyse de cette partie a été publiée par G. Beaujouan ("Les soi-disant chiffres grecs ou chaldéens", *Revue d'Histoire des Sciences*, 3 (1950), pp.170-174); on y trouvera des extraits du texte ainsi que les figures des chiffres. Selon Beaujouan, la provenance de ce manuscrit pourrait être la Normandie (*op. cit.*, p.174)²⁵.

Il est approprié de reproduire ici certains passages caractéristiques concernant le système de signes. Tout d'abord, l'auteur mentionne que certains qualifient ces signes de "grecs". On le lit d'abord dans le titre ("*S'ensuit apres nombres par certaines figures que aulcuns appellent algorithme grec*"), puis au début du chapitre: "*Saches que ilz sont aulcunes figures de nombre aultres que celles d'algorithme (= les chiffres arabes) par quoy on peult nombrer grant multitude de nombres que nous desclarerons cy apres, que aulcuns appellent figures grecques*" (*op. cit.*, p.170). Il y a donc là apparemment une réminiscence de Basingstokes. Ces figures sont formées "selon l'art autour d'une barre droicte en adioustant poins (des marques) en diver-

25. C'est la seule occurrence de cette variante du type IIa en manuscrit; mais BEAUJOUAN signale la présence des mêmes signes sur l'astrolabe de Berselius (*op. cit.*, p.172 & fig.VII -où un signe est à ajouter).

ses manieres" (*op. cit.*, p.172). Notons que les signes sont disposés suivant le schéma usuel, soit

$$\begin{array}{c|c} D & U \\ \hline M & C \end{array}$$

L'auteur se rend bien compte que l'on ne peut calculer avec ces signes comme avec les chiffres arabes; leur utilisation, dit-il, est autre: "*Icelles figures sont bonnes a faire tables ou brevez (= listes, p.ex. de sommes dues) aux marchans ou aultres nombres que on ne veulle pas que chascun congnoisse legierement (= facilement), car il n'est gueres commun ne a la congnoissance que de pou de gens pour sa subtilite*" (*ibid.*). Voilà donc clairement exprimée une application de ces signes à la cryptographie.

Après avoir exposé la représentation "de tous nombres au dessoubz de dix mille", l'auteur explique comment l'on peut étendre l'emploi du système: "*Et se tu veulx savoir nombrer jusques a dix mille ou au dessus, tu dois savoir que il fault ouvrir (= oeuvrer) sus 2 barres mises ensemble, par lesquelles tu feras si grant nombre que tu voudras*" (*ibid.*). Les deux barres en question sont, l'une, celle du millier, et l'autre, placée dans l'angle que dessine la précédente, celle qui comptera les milliers (par exemple, ∇ désignera 23000). L'auteur donne plusieurs exemples de nombres ainsi formés: 10000, 11000, 12000, 20000, 21000, 23000 (v. ci-dessus), 34000, 48000, 663000, 442000, 999000, 888000, 44100<0>, 1000000, et 1100000.

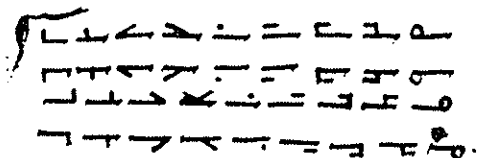
Il est clair que cette extension ne permet de noter que les multiples du millier (jusqu'à $9999 \cdot 10^3$). L'auteur l'avait bien compris, car il conclut (Ms, fol.83^v; pas dans les extraits édités): "*Et dois savoir que les nombres escrips par les poins de la premiere barre ne servent fors a denommer les nombres des milliers de la 2^e barre, comme il appert par les figures*".

17. Torino, Biblioteca Nazionale, Ms G.IV.26.²⁶

Presque tous les nombres dans ce manuscrit du XV^e siècle, qui contient les *Chronica* de Martin le Polonais, sont exprimés par un système de signes tout proche du type IIa; en général, l'équivalent en chiffres arabes est indiqué. La seule différence d'avec les signes IIa apparaît dans le 9, dont la marque distinctive est arrondie (Q—). Plusieurs exemples de figures de nombres sont reproduits dans une étude de O.Holder-Egger, "Bericht über eine Reise nach Italien 1885", *Neues Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichtskunde*, 11 (1886), pp.253-288.²⁷

18. Wolfenbüttel, Herzog-August-Bibliothek, Ms 3 Aug. 2^o.

Ce manuscrit, du XII^e siècle, contient les sermons sur le Cantique des cantiques de S.Bernard de Clairvaux. Au haut de la dernière page (fol.185^{rb}) apparaissent, ajoutés ultérieurement, les quatre rangées de signes, sans explication ni même traduction en chiffres romains ou arabes. Ces signes sont ceux du système IIa, à cette petite différence près que, comme dans le manuscrit précédent, la marque du 9 est arrondie (cf. aussi n^o 13):

19. München, Bayerische Staatsbibliothek, Ms lat. 5538.

Écrit dans la première moitié du XIV^e siècle, ce manuscrit contient des traités d'astronomie, de comput et de mathématiques. Insérées dans le manuscrit, deux notes de A(rmin?)

26. N^o 1056 dans le volume XXVIII de l'*Inventari dei manoscritti delle Biblioteche d'Italia*.

27. Nous n'avons pas vu le manuscrit; les données de HOLDER-EGGER sont suffisamment précises.

Mittstein, datées de 1904 et 1907, attirent l'attention du lecteur sur la présence des signes et renvoient à divers ouvrages qui les mentionnent.

Les neuf signes des unités sont inscrits au bas du fol. 14^r, là où commence l'Algorisme de Sacrobosco. A gauche de la rangée des signes, on lit le mot *arabicus* et à droite, d'une autre main, *numerus arabicus*. Les signes présentent quelques singularités. Le fait que les marques du 5 et du 6 soient placées vers le milieu de la hampe doit être attribué au copiste (cf. n^o 15), de même que la présence, à la place du signe du 9, de celui du 900²⁸. Plus notable est l'échange des signes du 7 et du 8. N'était-ce la présence des fautes précédentes, on eût pu croire à l'existence d'une autre variante du système IIa²⁹. Une main ultérieure, mais à peine lisible, a du reste ajouté au-dessus les deux signes dans l'ordre habituel. Tout aussi peu lisible est une ligne de texte au-dessous des signes. Je la devine plus que je ne la lis sur le microfilm: *Numeri algorismi ab uno ad X scribuntur una figura, inde ad 100 2^{us}, inde ad 1000 3^{us}, inde ad 10000 4^r, inde ad 100000 <quinque>*. On le voit, ces différents annotateurs ne contribuent guère à la connaissance de notre système et de son emploi, et la dénomination *arabicus* ne doit faire allusion à autre chose qu'à l'usage d'une valeur de position des signes.

20. Uppsala, Universitetsbibliotek, Ms C 391.

Ce manuscrit, presque entièrement copié par une même main, a un contenu religieux. Au fol.37^r, un *explicit* mentionne que le copiste, Sturkarus Thurgilli, a achevé en 1379 la copie du texte qui s'y termine; cette même personne a ajouté, à la suite, la note suivante sur le système de signes³⁰.

28. Pas du 90, comme le pense BISCHOFF (cf. n. 3).

29. Voir pourtant un même échange sous le n^o 21 -lequel présente, il faut le préciser, un système peu orthodoxe.

30. Le fol.37^r est reproduit (fig.32 du volume des planches) dans M.HEDLUND, *Katalog der datierten Handschriften in lateinischer Schrift vor 1600 in Schweden, I, 1-2* (Stockholm 1977).

1 2 3 4 5 6 7 8 9
 L, I, A, S, U, T, C, G, Q.

Hee novem figure sic verse significant suos digitos. Si vero sic L, I, A, S, U, T, C, G, Q, significant decies quantum prius. Si vertantur sic T, U, S, A, I, C, G, Q, significant centies. Sed sic verse L, I, A, S, U, T, C, G, Q, significant millesies. Si (sic, Ms) vero compositum volueris numerum, scribas sic XI L, similiter (?) LI, LA, LS, LU, LT, LC, LG, LQ, etc. Scribas igitur si volueris annum M^mCC^mXC^mV^m sic L^mQ^m.³¹

Cette note, outre qu'elle démontre l'arrivée en Suède de ces signes au XIV^e siècle, est très intéressante pour deux raisons. D'abord, si les marques sont bien de la forme habituelle IIa, leur disposition est différente, à savoir

$$\begin{array}{cc} U & D \\ M & C \end{array}$$

qui n'est autrement connue que par le type III. Ensuite, le choix de l'exemple de la fin, l'an 1295 (qui n'a, du moins pour la Suède, pas de justification historique), amène à se demander pourquoi Sturkarus n'a pas choisi celui de l'année courante. Serait-ce qu'il n'a fait que recopier celui de sa source ? En ce cas, nous aurions ici une preuve de l'existence du système étendu aux centaines et aux milliers à la fin du XIII^e siècle déjà (cf. aussi n^o 7, n.14).

21. Heidelberg, Universitätsbibliothek, Ms Pal. germ. 638.

La majeure partie de ce manuscrit, de la première moitié du XV^e siècle, contient des recettes³². Les signes y sont utilisés dans un but de cryptographie aux fol.65^v et 68^r, chaque signe indiquant la place de la lettre dans l'alphabet. Ce système présente plusieurs différences avec le système IIa, et nous l'aurions considéré comme un nouveau système s'il s'était

31. Quelques-uns des signes des unités sont répétés dans la marge.

32. Nous devons à la diligence de Mme Y.DOLD, Heidelberg, et de l'Universitätsbibliothek Heidelberg, d'avoir pu encore tenir compte de ce manuscrit.

trouvé avec une application purement numérique dans un autre manuscrit³³. Les signes sont les suivants (remarquer la disposition D|U et les marques, jusqu'ici inconnues, du 5 et du 6; cf. aussi n^o 19 et n.29):

L, I, A, S, U, T, C, G, Q, ..., L, I.

F. Type III: Système "de Lyon"

22. Lyon, Bibliothèque du Palais des Arts³⁴, Ms 45.

Le point commun des traités de ce recueil, de mains du XII^e au XVI^e siècle, est leur caractère scientifique. On y trouve des écrits de mathématiques, d'astronomie, d'optique. Aux fol. 108^{ra}-117^{va}, d'une main qui semble être du début du XIV^e siècle (du XIII^e siècle selon le Catalogue), se trouve un commentaire au *Carmen de algorismo* d'Alexandre de Villedieu. La même main a ajouté au fol.117^v (117^{va}, 21-117^{vb}, 20) l'explication d'un système de signes obéissant à un principe identique à celui du système II, mais avec une répartition et une forme des marques qui sont différentes, comme nous l'avons mentionné dans l'introduction.

Les signes ne sont pas présentés dans une table, mais introduits au fur et à mesure dans le commentaire suivant, lequel décrit, avec une grande clarté d'ailleurs, le système des signes et son emploi.

Notandum quod tamen sunt novem figure ita quod prima unitatem, secunda dualitatem, tertia ternarium, et sic deinceps per ordinem, designant usque ad novenarium inclusive. Et posita est in figuris illis virgula sive linea iacens quasi pro fundamento. Si igitur fiat signum figure in parte superiori lineae que quasi pars prior est in protrahendo lineam, figura significat tantum se ipsam; si in ultimo lineae a parte superiori, significat decies se ipsam; si in ultimo lineae a parte inferiori, significat centies se ipsam; si in primo lineae a parte inferiori, si-

33. Pour d'autres exemples d'application du système de signes à la cryptographie, cf. BISCHOFF, *Mittelalterliche Studien*, III, p.140.

34. Maintenant à la Bibliothèque de la Ville.

gnificat millesies se ipsam, quod sequentia declarant. \perp unum, — duo, — tria, — quatuor, — quinque, — sex, — septem, — octo, — novem; omnes iste protractiones figurarum facte <sunt> super lineam pro fundamento positam et diversificantur in prima sui parte superiori. Et similiter possunt diversificari in qualibet sui parte sive inferiori sive superiori. Verbi gratia: — decem, — XX^{ti} , — XXX^a , — XL^a , — L^a , — LX^a , — LXX^a , — octoginta, — nonaginta; omnes iste protractiones fiunt in ultima parte superiori ipsius lineae iacentis. Item: — centum, — ducenta, — trecenta, — quadringenta, — quingenta, — sexcenta, — septingenta, — octingenta, — nongenta; omnes iste protractiones fiunt a parte ultima inferiori lineae. Item: — mille, — duo milia, — tria milia, — quatuor milia, — quinque milia, — sex milia, — septem milia, — octo milia, — novem milia; omnes iste protractiones fiunt a parte prima inferiori. Hee figure quanto decencius fient, tanto clarius apparebunt. Et hiis cognitis, facile mixtiones cognoscuntur. Verbi gratia: accipiatur prima figura singularum divisionum, et fiat una figura hoc modo: — ; hec figura significat mille centum et undecim. Et sic de ceteris iudicandum. Verbi gratia, de ultima protractione: — ; hec figura significat novem milia nongenta nonaginta novem. Et iudicio meo non potest ultra procedi in appositione. — .

Peut-être la première des deux figures qui suivent le commentaire résulte-t-elle d'une tentative manquée d'élargir le système.

3. CONCLUSION

Au cours de cette étude, nous avons vu quelles étaient les différentes formes prises par le système artificiel de numération dit "gréco-chaldéen" du Moyen Age. Mais nous avons aussi remarqué que -et c'était là une évolution bien normale- des tentatives d'élargir l'emploi du système avaient apparu assez tôt, tentatives qui se révélaient plus ou moins habiles et plus

ou moins réussies. A la hampe originale à deux côtés de Basingstokes succéda rapidement la hampe à quatre parties pouvant représenter, à l'aide des neuf marques, les nombres de 1 à 9999. Les tentatives d'extension du système s'en vont dès lors différenciant, sauf sur un point: il s'agissait d'éviter le passage à un système de position des signes, donc de maintenir l'unicité du signe pour la représentation d'un nombre (v. pourtant n° 15). L'extension du système par la juxtaposition verticale des figures (n° 11) étant de ce point de vue peu satisfaisante, guère plus leur encastrement (n° 16), ou encore, pour d'autres raisons, leur agglomération (n° 14), l'idée prit naissance d'introduire des axes pour les figures (n° 13), une idée développée systématiquement par Cardan (n° 14). On peut noter qu'aucune suggestion n'a été faite d'utiliser une base supérieure à la décimale, donc un nombre supérieur de marques, pas plus que d'augmenter le nombre de subdivisions de la hampe. Il est vrai que le système était déjà suffisamment complexe, et que son écriture provoquait des confusions chez les scribes avec seulement quatre parties sur la hampe.

Nous avons aussi considéré comment la dénomination de "grecs" pour désigner ces signes avait pu apparaître (n° 1; cf. n° 16), et quelle était vraisemblablement l'origine du qualificatif "chaldéen" (n° 10). Quant à la dénomination "arabe", elle nous a semblé provenir dans deux cas sur trois (nos 15, 19; cf. n° 4) d'une introduction du principe d'une valeur de position pour les signes. Il nous faut toutefois encore au moins effleurer la question de l'existence de systèmes artificiels de signes d'origine orientale.

On connaît plusieurs types d'alphabets arabes factices, et donc de représentation des nombres -suivant la propriété de l'alphabet arabe de dénoter aussi, par ses 28 lettres, les unités, les dizaines, les centaines (comme en Grèce), et en plus le millier. De tels alphabets, avec leur origine mythique, sont rapportés dans le *شوق المستهام في معرفة رموز الاقلام* d'Ibn Wahshīya

(env. 850 p.Chr.)³⁵. Ces systèmes sont souvent fort compliqués -et certains sans doute de pures inventions. Il en existe toutefois de plus simples et plus raisonnés. Tel est l'un de ceux qui apparaissent dans le *بهجة الآفاق وابهض اللبس والاغلاق في علم الحروف والاوقاف* d'al-Kishnawī (Ms 65496 de la School of Oriental and African Studies de Londres, fol.172^{r-v}). Selon l'auteur, cette écriture "naturelle" aurait été inventée par le Sage *ادسريوس* (Δημοσους ?³⁶); elle représente les lettres et (mais cette fois sans correspondre à la suite numérique usuelle des lettres de l'alphabet) les nombres:

	└	┘	┐	┌	└	┘	┐	┌	└
ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	
١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠	١٠٠٠

Que le but premier de ce système ait été la représentation des nombres plutôt que des lettres est suggéré par le groupement des signes en familles de neuf et l'addition de cercles (de zéros indiquant l'ordre) pour distinguer ces familles. En plus de cet auteur (tardif, puisqu'il vécut dans la première moitié du XVIII^e siècle), un manuscrit de l'Escorial présente ces mêmes signes, à des modifications mineures près; ils n'y désignent que les nombres, et sont attribués aux Indiens³⁷. Ce système est même étendu ailleurs à la représentation des huit

35. Voir J.v.HAMMER-PURGSTALL, *Ancient Alphabets and Hieroglyphic Characters explained* (Londres 1806). Une traduction du texte en français a été publiée par S.MATTON (Paris 1977).

36. Fils d'Ouranos, mentionné par Philon de Byblos. J'adopte ici une suggestion de Ph.BORGEAUD, Genève.

37. Cf. J.SÁNCHEZ PÉREZ, "Sobre las cifras rúmiles", *Al-Andalus*, 3 (1935), pp.97-125 (voir les pp.98 & 124).

autres milliers par l'addition d'un zéro à l'extrémité encore vierge des signes des centaines³⁸. On pourrait encore donner d'autres exemples de tels systèmes raisonnés, comme celui dans lequel une hampe verticale porte des traits obliques parallèles partant des deux côtés du sommet, ceux de droite indiquant l'ordre et ceux de gauche le multiple (moins un) de la puissance de 10 considérée³⁹.

Il apparaît de ces deux exemples que l'idée de former des signes factices avec des traits en disposition régulière n'est pas une création de l'Europe médiévale uniquement. Ce qui par contre est original, c'est l'idée de supprimer la juxtaposition des signes, donc de représenter un nombre donné par une seule figure. Or, c'est précisément cela qui était déjà considéré par Matthaeus Paris comme la caractéristique *maxime admiranda* du système créé par Basingstokes pour l'expression des nombres, et c'est de là que naquit le problème de l'extension d'un tel système.



Liste sommaire des manuscrits utilisés

(1) latin.

Basel, UB O.IV.35
 Bruxelles, BR II.1051
 Cambridge, CCL 468
 Erfurt, WB Amplon. 2° 180
 Göttingen, UB Luneburg. 2
 London, LPL 499
 Lyon, PA 45
 München, SB lat. 5538
 " , SB lat. 13126
 Oxford, Bodl. Lyell empt. 5
 " , Bodl. Tanner. 192
 Paris, BN lat. 2740

38. Voir les additions de K.NOWOTNY à la réimpression du *De occulta philosophia* d'Agrippa (Graz 1967), p.507.

39. Cf. p.ex. *loc. cit.* (n.38).

Torino, BN G.IV.26
 Uppsala, UB C 391
 Vaticano, BA lat. 781
 Wolfenbüttel, AB 3 Aug. 2^o

(2) français.

Paris, BN fr. 1339

(3) allemand.

Heidelberg, UB Pal. germ. 638

(4) arabe.

London, SOAS 65496

Kurt Vogel

DIE ÜBERNAHME DER ALGEBRA DURCH DAS ABENDLAND*

Die Römer waren zur Zeit von Cäsar und Augustus die Herren aller Länder um das Mittelmeer. Für die von den Griechen geschaffene mathematische Wissenschaft hatten sie kein Interesse. Sie übernahmen nur das, was für das tägliche Leben nützlich war; ihre Größe lag auf anderen Gebieten. Auch die jungen, noch vollkommen wissenschaftslosen Völker, die seit Beginn der Völkerwanderung das Reich der Römer bedrohten und schließlich vernichteten, kamen mit Mathematik und Algebra erst in Berührung, als die islamischen Eroberer auf ihrem Siegeszug im Jahre 711 Spanien erreichten und das Reich der Westgoten, das bis nach Narbonne und an die Rhône reichte, in Besitz nahmen.

Es dauerte aber offenbar lange, bis sich die neuen Methoden durchsetzten. Erstmals findet man die neuen Ziffern in einer Handschrift aus dem im Norden gelegenen Kloster Albelda, die auf 978 datiert ist¹. Im Bischofssitz Vich bei Barcelona könnte Gerbert von Aurillac seinen Abacus entwickelt haben, der auch die neuen Zahlzeichen verwendet und so eine Verbesserung gegenüber dem römischen darstellt. Gerbert war mit Erlaubnis von Graf Borel im Jahre 967 von Aurillac in die Grafschaft Barcelona - also ins Ausland - geschickt worden, um sich in den artes weiter auszubilden. Dort wird er außer den Ziffern noch mehr arabische Mathematik kennengelernt haben².

Eine grundlegende Beschäftigung der einheimischen christlichen und jüdischen Gelehrten mit der arabischen Wissenschaft aber fand erst statt, als ein großer Teil Spaniens wieder zurückerobert war. Toledo fiel 1085, Barcelona 1137. Jetzt konnte man an die gesamte wissenschaftliche Literatur der Araber

BOETHIUS

TEXTE UND ABHANDLUNGEN ZUR
GESCHICHTE DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN

BEGRÜNDET VON JOSEPH EHRENFRIED HOFMANN
FRIEDRICH KLEMM UND BERNHARD STICKER

HERAUSGEGEBEN VON MENSIO FOLKERTS

BAND XII



FRANZ STEINER VERLAG WIESBADEN GMBH
STUTT GART 1985

MATHEMATICA

FESTSCHRIFT
FÜR
HELMUTH GERICHKE

HERAUSGEGEBEN VON
MENSIO FOLKERTS UND UTA LINDGREN



FRANZ STEINER VERLAG WIESBADEN GMBH
STUTT GART 1985