

wird, so durfte diese Frage nicht unberücksichtigt bleiben, denn wie namentlich Riemann's für das Verständniss seiner ersten Arbeit höchst bedeutungsvolle, von Herrn Erdmann nie erwähnte Abhandlung über isotherme Curven gezeigt hat, liegt hier der analytische Schwerpunkt seiner Habilitationsvorlesung; hier ist ferner die Stelle, an der die Untersuchungen von Lipschitz, Kronecker, Christoffel und Beez einsetzen, welche zuerst die analytische Krümmungstheorie höherer Mannigfaltigkeiten gebracht haben. Gauss hatte bei Untersuchung der Bedingungen, unter denen Flächen ohne Dehnung gebogen werden können, zugleich die Frage gelöst, wann eine Form zweiten Grades von drei Differentialen in eine andere durch Substitution eines neuen Systems von Variablen übergeführt werden könne, ohne dass sich die Coefficienten der Form ändern. Dieses analytische Problem fällt mit jenem geometrischen deshalb zusammen, weil die Biegung der Flächen ohne Dehnung die Constanz des Linearelementes voraussetzt. Während aber bei Gauss das analytische Problem behandelt wurde, um das geometrische zu lösen, ist es bei den Erweiterungen des Problems umgekehrt gegangen: die Verallgemeinerung des analytischen Problems ist der Kernpunkt der Untersuchungen von Riemann, Lipschitz etc., die Umsetzung in die Sprache der Metageometrie ist nur eine Einkleidung, über deren Berechtigung und Zweckmässigkeit zu entscheiden, eine innere Sache der Mathematik ist. In der Nützlichkeit zu analytischen Zwecken liegt aber zugleich die ganze Berechtigung der geometrischen Verallgemeinerung und deshalb darf eine philosophische Untersuchung, welche die analytische Berechtigung und anschauliche Bedeutung der Mannigfaltigkeitslehre zum Gegenstand hat, so wenig den Zusammenhang der beiden genannten Probleme ignoriren, wie sie an der philosophischen Deutung des Begriffs einer Mannigfaltigkeit, an der logischen Berechtigung seiner Verallgemeinerung wortlos vorübergehen darf. Gerade da, wo die Untersuchung beginnen sollte, bricht die „Untersuchung“ überall ab.

Die Frage nach dem Werthe des Krümmungsmasses wird beantwortet im Anschluss an die Ausführungen von Helmholtz über die Thatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen. Helmholtz hatte versucht, den Ausdruck für das Linearelement abzuleiten aus der Voraussetzung der