

masses als des reciproken Produkts der Krümmungshalbmesser in sich aufgenommen hat, bereits gewöhnlich nennt. Wenn es ihm nur nicht zu gewöhnlich gewesen wäre, sich darüber zu orientiren, was man eine gerade und eine krumme Linie nennt, und dass diese beiden Arten der Linien, auch wenn man sie unter dem Namen der geradesten Linien zusammenfasst, sich unterscheiden durch ihre Krümmungsverhältnisse, dass sich ferner die Krümmung einer Linie bei der Biegung ohne Dehnung ändert, während das bei der Biegung der Flächen nicht der Fall ist und was dergleichen mehr ist, was selbst ein Philosoph wissen muss, wenn er die „analytische Berechtigung“ der Riemann'schen Entwicklungen prüfen will.

Nachdem uns der Begriff des Krümmungsmasses entwickelt ist, ist es möglich, denselben auf Ausgedehntheiten von n Dimensionen zu erweitern (S. 57). „Selbstverständlich ist, dass durch diese rein analytische Operation, die hier nicht näher ausgeführt werden kann, die anschauliche Bedeutung, die dem Grössenbegriff bei den Flächen gegeben werden konnte, nicht mehr statt hat.“ „In entsprechender Weise lässt sich auch der Ausdruck für das Linienelement verallgemeinern“ (S. 57, 58). In Wirklichkeit muss natürlich die Verallgemeinerung des Ausdrucks für das Linearelement derjenigen des Krümmungsmasses vorausgehen: aber das sind Kleinigkeiten, mit denen wir es nicht so genau nehmen wollen. Die Ausgedehntheiten werden eingetheilt in solche, die ein veränderliches und solche, die ein constantes Krümmungsmass haben, die letzteren wieder unterscheiden sich durch den Werth des Krümmungsmasses, der positiv oder negativ oder Null sein kann. Welchen Werth hat das Krümmungsmass unseres Raumes ist die Frage, um welche sich die „Untersuchung“ jetzt dreht.

Ehe ich auf die Behandlung dieser Frage eingehe, muss ich wieder eine Lücke der „Untersuchung“ constatiren. Es fehlt nämlich jeder Hinweis darauf, in welcher Beziehung die Krümmungstheorie höherer Mannigfaltigkeiten zu der Theorie der Transformation algebraischer Formen zweiten Grades von beliebig vielen Differentialen steht. Wenn die „analytische Berechtigung“ dieser Erweiterungen geprüft werden sollte, wie zum Schluss des ersten Capitels so volltönend verkündet