

diejenigen Mannigfaltigkeiten, welche dem Raum analog sind, unter dem Namen der n -fach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten aus. Um das Prinzip dieser Trennung zu demonstrieren, erinnert er an den wesentlichen Unterschied, der zwischen der Mannigfaltigkeit des Raumes und der Farben und Töne besteht. Er sieht denselben darin, dass die Dimensionen unseres Raumes gleichartig und vertauschbar sind, während die „Abhängigkeitsverhältnisse“ der andern Mannigfaltigkeiten diese beiden Eigenschaften nicht haben. „Dieses Merkmal ist es, welches die Massverhältnisse unseres Raumes von den Massverhältnissen jener ebenfalls dreifach bestimmten Mannigfaltigkeiten trennt.“ (S. 46—47). Aber wie es keinen Sinn hat, von den Massverhältnissen der Farben- oder Tonmannigfaltigkeit zu sprechen, so ist der charakteristische Unterschied des Raumes von den andern Mannigfaltigkeiten unrichtig und im Widerspruch mit den Ausführungen unseres „philosophischen Untersuchers“ angegeben. Herr Erdmann hat wieder einmal eine Stelle bei Riemann missverstanden. Riemann hatte sich die Aufgabe gestellt, den Begriff einer mehrfach ausgedehnten Grösse aus allgemeinen Grössenbegriffen zu construiren, zu zeigen, dass eine mehrfach ausgedehnte Grösse verschiedener Massverhältnisse fähig ist, und dass der Raum nur einen speziellen Fall einer dreifach ausgedehnten Grösse bildet. Die Farben nennt er wol als eine mehrfach ausgedehnte Mannigfaltigkeit, aber wie er selbst sie nicht unter den ausgedehnten Grössen, unter denjenigen aufführt, die sich untereinander durch Massverhältnisse unterscheiden, so hätte ein Blick in seine Abhandlung genügt, um zu zeigen, dass er unter den Grössen, deren Verschiedenheit in der Verschiedenheit ihrer Massverhältnisse besteht, nicht die Mannigfaltigkeit der Farben gemeint wissen will, dass seine analytischen Untersuchungen über die Massverhältnisse der Mannigfaltigkeiten keinerlei Anwendung auf das System der Farben und Töne gestatten. Die Existenz der Massverhältnisse ausgedehnter Mannigfaltigkeiten beruht, wie die Möglichkeit räumlicher Messung überhaupt, auf der Existenz des Linearelements; wie der Werth des Krümmungsmasses der Ausdruck ist für die Massverhältnisse einer Mannigfaltigkeit, so ist die Existenz des Linearelements die Bedingung für die Existenz des Krümmungsmasses. Da es nun,