

ist und zwar dadurch, dass im Raume beim Uebergang von einem Element zum andern erst das Messbare entsteht, die Entfernung nämlich, die man wol auch den räumlichen Unterschied der Orte genannt hat, ein nur unserer Raumschauung eigenthümliches Verhalten, das sich bei keiner andern stetigen Mannigfaltigkeit z. B. auch nicht bei derjenigen der Farben wiederfindet. Riemann's Behauptung, dass die Vergleichung der Quantität bei den discreten Grössen durch Zählung, bei den stetigen durch Messung geschähe, ist unter den stetigen Grössen nur für die räumliche Mannigfaltigkeit richtig, nicht mehr für die auch von ihm als stetig angeführte Mannigfaltigkeit der Farben. Wo wir sonst in der Welt stetige Grössen messen wollen, geschieht dies überall durch Reduction auf Messung räumlicher Strecken. Diese Thatsache scheint mir darauf hinzuweisen, dass das wesentliche Moment des Unterschiedes der Messung von andern Arten der Zählung in der Eigenthümlichkeit der räumlichen Anschauung zu suchen ist, deren Eigenschaft Continuität ist. *) Gleichviel aber ob diese Auffassung das Rechte trifft oder nicht, so muss das zugestanden werden, dass die Anwendung der Analysis auf die Geometrie nur deshalb möglich ist, weil wir als Resultat räumlicher Messung angebbare Zahlenwerthe erhalten. Von einem analytischen Ausdruck räumlicher Verhältnisse wird man also nur da sprechen dürfen, wo ein Messbares als Funktion anderer messbarer Grössen dargestellt werden kann.

Von dem, was ein analytischer Ausdruck ist, hat Herr Erdmann einen andern oder vielmehr gar keinen Begriff. Er sagt, die Ausgedehntheit des Raumes nach drei Dimensionen lasse sich analytisch als Abhängigkeit des Elements d. h. des Punktes von drei von einander unabhängigen Veränderlichen ausdrücken. Aber wo existirt denn ein analytischer Ausdruck zwischen den Coordinaten eines Punktes und dem Punkte selbst? wo existirt die analytische Operation, durch welche das nur anschaulich demonstrirbare Abhängigkeitsverhältniss ausgedrückt würde, das zwischen dem Punkt und seinen Coordinaten besteht? vielmehr ist das der fundamentale Unterschied zwischen dem Raum und jeder stetigen Mannigfaltigkeit einerseits und einer mathematischen Funktion andererseits, dass das Element der Mannigfaltigkeit und mit ihm die Mannigfaltigkeit

*) Eine der hier entwickelten sehr ähnliche, im Wesentlichen gleiche Auffassung findet sich durchgeföhrt und begründet bei Sigwart. Logik II, § 66, 67 und 87, 88.