

„Wege durch Systeme von Gleichungen bestimmen lassen. Schon
 „daraus geht diese Doppelnatur jener Formen hervor, dass alle geome-
 „trischen Beweise zugleich Grössenbegriffe enthalten und verwerten.
 „Diese zweifache Geltung jedoch ist nur dadurch möglich, dass jene
 „besonderen Formen nicht lediglich Raumanschauungen sind, vielmehr
 „der geometrischen Untersuchung überall als Raumbegriffe gelten. Dass
 „dies wirklich der Fall ist, bedarf keiner eingehenderen Discussion.
 „Die Grundlagen der geometrischen Constructionen sind Begriffe, die
 „nicht bloss von den unwesentlichen Merkmalen der einzelnen Raum-
 „anschauungen abstrahiren, sondern sogar die allen bezüglichen Raum-
 „anschauungen gemeinsamen Merkmale in einer Weise verändern, die
 „jede besondere Anschauung z. B. einer Linie oder eines Dreiecks zu
 „einer nicht einmal adäquaten Darstellung des Begriffes macht. Die
 „Definitionen der Geometrie entwickeln daher, streng genommen, nicht
 „Anschauungen, nicht abstracte Begriffe, sondern Ideen. Auch aus der
 „Natur des geometrischen Beweises lässt sich dies folgern. Derselbe
 „besteht in nichts anderem als in der Reduction der verwickelteren
 „Massbeziehungen, die in der Behauptung angegeben sind, auf einfachere,
 „bereits bekannte Massbeziehungen; diese aber weisen zuletzt auf die
 „einfachsten Constructionsbegriffe oder Ideen zurück. Auch der geome-
 „trische Beweis benutzt somit lediglich Raumbegriffe; wird doch die
 „Entwicklung der Geometrie lediglich dadurch bedingt, dass jene con-
 „structiven Grundlagen auf immer complicirtere Massbeziehungen über-
 „tragen werden. Die geometrischen Einzelanschauungen sind deshalb
 „nur Vorstellungsrepräsentanten der Raumbegriffe, die in ihnen enthalten
 „sind. Wäre es zweckmässig, die scheinbare Paradoxie dieser Doppel-
 „natur terminologisch auszudrücken, so könnte man die geometrischen
 „Raumformen Begriffsanschauungen nennen.“ (S. 37, 38).

Nie ist es einem Mathematiker, der sich mit analytischer Geometrie
 abgegeben, eingefallen, sich bei dem langweiligen und überflüssigen
 Nachweise aufzuhalten, dass es auch einen Begriff vom Dreieck, vom
 Kreis, von der Kugel gebe, ganz abgesehen davon, dass sich die Ma-
 thematiker, wo sie die Grenzen ihrer Wissenschaft nicht überschritten,
 überhaupt nicht um die erkenntnistheoretische Natur der Vorstellungen